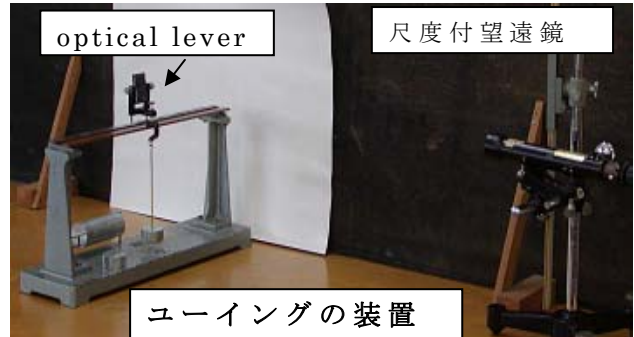


実験 4. ヤング率—ユーイングの方法

1. 目的

金属棒のたわみを光てこ (optical lever) を用いて測定し,材質のヤング率を求める。
ユーイングの装置 (右写真) を用いる。



2. 「予習課題」 種々の材質〔鉄、銅、^{しんちゅう}真鍮 (別名黄銅)] のヤング率の値はいくらか。この中でもっとも硬い金属はどれか

3. 理論

長さ l 、断面積 S の棒の両端を長さ方向に引張ると、棒は伸びる。加える力が小さいとき、力 F と伸び Δl は比例する(フックの法則)。

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}$$

ヤング率 E は

$$E = \frac{F/S}{\Delta l/l}$$



で表され、物質の種類や温度で決まる定数である。

4. 装置と配置

ユーイングの装置、尺度付き望遠鏡、三脚付き鏡、巻尺、ノギス、マイクロメーター、試料棒 2 本 (鉄、銅またはシンチュウ)、コの字型金具、おもり 7 ケ、おもり吊り下げ金具
鏡と望遠鏡は向かい合わせて机の両端に離しておく。(装置写真)

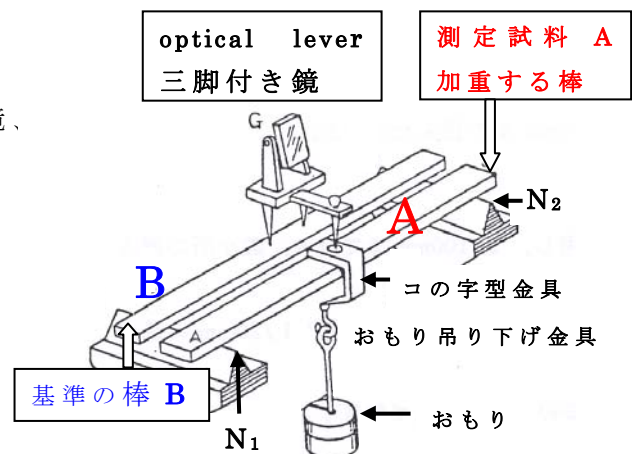


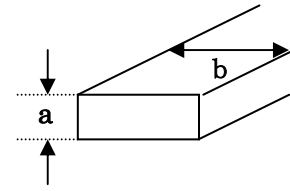
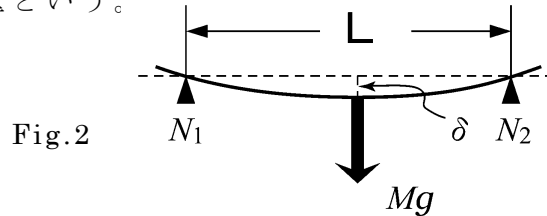
Fig. 1

5. 測定原理

金属棒に力を加えたとき、棒がたわむ。この微小なたわみを測定し、

金属のヤング率 E を求める。

右図のような厚さ a 、幅 b の金属棒を、距離 L だけ離れた 2 支点 N_1, N_2 で水平に支える。(Fig.1、Fig.2) 棒の中心に Mg の力を加えると、棒の中心 (中点) は水平であったときより δ (デルタ) だけ降下する。 δ を中点の降下量という。



微小なたわみ δ は光てこ (optical lever = 三脚付鏡 右の写真) の傾きを利用すると精度よく求めることができる。

原理図を Fig.4 (a)、(b) に示す。

尺度と鏡の距離 D 、鏡の傾き θ 、また (Fig.4 (b)) より y は鏡が I と II のように傾いているとき、望遠鏡の視野内の十字線が示している目盛の差である。鏡の脚の間の距離を z (Fig.3) とすると δ は近似的に

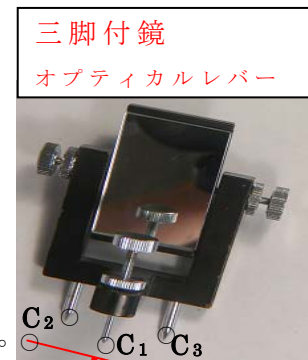
$$\delta = y \cdot z / 2D \quad (4-1)$$

として求まる。

金属棒のヤング率を E とすると、 δ と E の間には、

$$E = \frac{MgL^3}{4a^3b\delta} \quad (4-2)$$

の関係がある。



三脚付鏡
オプティカルレバー
三脚を紙に押付けてできる三角形の垂線の足の長さ Z

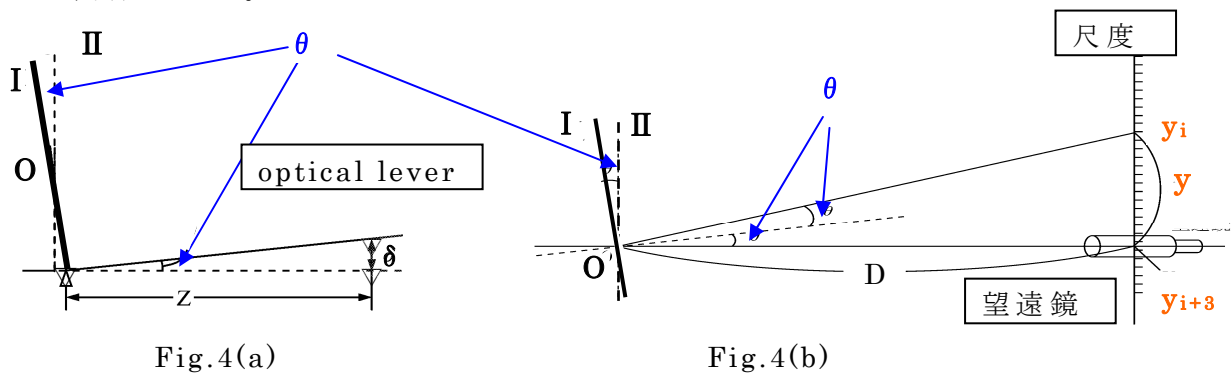


Fig.4(a)より $\delta \doteq \theta z$ 、Fig.4(b)より $\tan 2\theta = y/D$ 、 θ が小さいとき、 $\tan 2\theta \doteq 2\theta$ と近似できるので $\theta = y/(2D)$ $\therefore \delta = yz/2D$ となる。

6. 実験手順・データ欄

- ① ユーイングの装置のナイフエッジ N_1, N_1 間の距離 L を巻尺で測る。

試料棒（2本の試料棒のうち1本）の厚さ a をマイクロメーターで、幅 b の長さはノギスを用いてそれぞれ測定する。

- ② 三脚付き鏡の3本の脚をノートに押し付け（Fig. 3）鏡の脚の間の垂直距離 z をノギスで測定する。

1回目	2回目	3回目	4回目

- ③ ユーイングの装置のナイフエッジ N_1, N_2 の上に試料棒 A をおき、補助棒 B を平行に並べておく。（Fig.1）
- ④ 試料棒 A の中心（ナイフエッジ N_1, N_2 を2分する位置で幅の中央）にコの字型金具をのせ、その下におもり吊り下げ金具を吊り下げる。
- ⑤ 吊り下げ金具に1ヶ 200 g のおもりを1つのせる。（1つのせたときを 荷重 0 とみなす。）
- ⑥ コの字型金具の小穴の部分に鏡の脚 C_1 をのせ、補助棒 B に鏡の脚 C_2, C_3 をおく。鏡面は鉛直よりやや上向きにしておく。鏡は落とすと3脚部分のネジが折れたり曲がると使用できなくなるので注意深く取り扱うこと。
- ⑦ 尺度付き望遠鏡の接眼レンズをのぞき、十字線がはっきり見えるようにし、さらに鏡に映っている尺度の目盛が見えるようにピントをあわせる。（十字線と目盛りがどちらもはっきり見えるようにする。）
- ⑧ この状態を 荷重 0 として望遠鏡の視野内の十字線の示す目盛 y_0 を読み取る。
- ⑨ おもりを1個ずつ増やしていき、それぞれの荷重に対する目盛 $y_1 \sim y_6$ のを読み取る。
- ⑩ 次におもりを1個ずつ減らしていき、それぞれの荷重に対する目盛 $y'_6 \sim y'_0$ を同様に読み取る。
- ⑪ 鏡の鏡面と尺度の間の距離 D を巻尺で測る。
- ⑫ 結果の計算 式(4-1)より δ を求め、式(4-2)よりヤング率 E を求める。

注意 鏡を落とすと三脚のネジが簡単に折れてしまうので取り扱いに注意すること！

7. データ欄

1) 試料名 _____

	(1)	(2)	(2)'	(4)	(1)'	(3)	(3)'	(4)'		
i	荷重 M_i [g]	増重 y_i [cm]	減重 y_i' [cm]	平均 $\bar{y}_i = \frac{(2)+(2)'}{2}$ [cm]	荷重 M_{i+3} [g]	増重 y_{i+3} [cm]	減重 y_{i+3}' [cm]	平均 $\bar{y}_{i+3} = \frac{(3)+(3)'}{2}$ [cm]	荷重 [g] $M =$ 600 [g]	荷重 600[g] に対するたわみ $(4)' - (4)$ [cm]
0	0				600	*			600	
1	200				800				600	
2	400				1000				600	
3	600	*			1200				600	
									平均 $\bar{y} =$	

* 600 は同じ

(注) 実験で使用する分銅の質量はすべて 200[g]とする。(質量は測らなくてよい。)

No	試料棒の 厚さ a[cm]	試料棒の 幅 b [cm]	鏡の支点の 垂直距離 z [cm]	尺度と鏡の 距離 D[cm]	両刃間の 距離 L[cm]
最小 目盛	Δa	Δb	Δz	ΔD	ΔL
1					
2					
3					
4					
和 Σ					
平均					

2) 式と結果

データ一覧 (単位は[cm]および[g]を用いる。重力加速度は $g = 980[\text{cm/s}^2]$)			
$\bar{a} =$	[],	$\bar{b} =$	[],
$\bar{z} =$	[],	$\bar{D} =$	[],
		$\bar{L} =$	[]
		$\bar{y} =$	[]
δ の計算			
$\delta =$			
よって、 $\delta =$ []			
単位の換算			
$1[\text{dyn}] = 1 \times 10^{-5}[\text{N}]$, $1[\text{cm}] = 1 \times 10^{-2}[\text{m}]$ である。			
よって、 $1[\text{dyn/cm}^2] = 1 \times 10^{-5} / 1 \times 10^{-4} [\text{N/m}^2]$			
$=$ [] $(\equiv [\text{Pa}] \text{ (≡ [P a])})$			
ヤング率の計算			
$\bar{E} =$			
よって、 $\bar{E} =$ []			
ヤング率の比較			
金属試料名 : _____			
E (実験値) = $\bar{E} \pm \Delta E =$ []			
E (理科年表参考値) = []			

3) 相対誤差 (ここでは、 ΔL 、 Δa 、 ΔD 、 Δb 、 Δz 、 Δy は測定に使うものさしの最小目盛に1~1/2程度の誤差があるとして求める。

$\Delta L = 0.1\text{cm}$ 、 $\Delta a = 0.001\text{cm}$ 、 $\Delta D = 0.1\text{cm}$ 、 $\Delta b = 0.005\text{cm}$ 、 $\Delta z = 0.005\text{cm}$ 、 $\Delta y = 0.05\text{cm}$ として(4-3)式に代入する。

$$\left| \frac{\Delta E}{\bar{E}} \right| \leq 3 \left| \frac{\Delta L}{\bar{L}} \right| + 3 \left| \frac{\Delta a}{\bar{a}} \right| + \left| \frac{\Delta D}{\bar{D}} \right| + \left| \frac{\Delta b}{\bar{b}} \right| + \left| \frac{\Delta z}{\bar{z}} \right| + \left| \frac{\Delta y}{\bar{y}} \right| \quad (4-3)$$

$$\left| \frac{\Delta E}{\bar{E}} \right| \leq 3 \left| \frac{0.1}{\bar{L}} \right| + 3 \left| \frac{0.001}{\bar{a}} \right| + \left| \frac{0.1}{\bar{D}} \right| + \left| \frac{0.005}{\bar{b}} \right| + \left| \frac{0.005}{\bar{z}} \right| + \left| \frac{0.05}{\bar{y}} \right|$$

=

$$\Delta E = \bar{E} \cdot \left| \frac{\Delta E}{\bar{E}} \right| = \quad [\quad]$$

.....(試料名を記入) のヤング率

$$E_{\text{(実験値)}} = \bar{E} \pm \Delta E =$$

$$E_{\text{(理科年表参考値)}} =$$

4) 考 察

5) 感 想

補足

1) 式(4-3) の求め方 : $E = \frac{M g L^3}{4 a^3 b \delta} = \frac{M g D L^3}{2 a^3 b z y}$ であるから両辺の対数を取り、

$$\log E = \log(Mg) + \log D + 3 \log L - \log 2 - 3 \log a - \log b - \log z - \log y$$

$$\frac{d}{dE}(\log E) = \frac{1}{E}$$

であるから
$$\frac{dE}{E} = \frac{dD}{D} + \frac{3dL}{L} - \frac{3da}{a} - \frac{db}{b} - \frac{dz}{z} - \frac{dy}{y}$$

より求められる。誤差は一般には正負の値をとるので前頁の式 (4-3) のように絶対値をとる

2) E の相対誤差を百分率であらわしたとき、数%程度におさえるための測定誤差を考えよう。式 (4-3) を用いて、

$$\frac{\Delta E}{E} \leq \frac{6}{100}$$

とするためには、各項が 1/100 の大きさになるように、それぞれの誤差の範囲内になるように精度よく測定する。第 1 項では L は 40cm であるから、 $L=40\text{cm}$ において ΔL を求める。

$$3 \left| \frac{\Delta L}{L} \right| = 3 \times \frac{|\Delta L|}{40} = \frac{1}{100} \quad \therefore |\Delta L| = \frac{40}{100} \times \frac{1}{3} = 0.13 \text{ cm}$$

したがって、cm のメモリのものさしで計ればよいことになる。これは mm メモリの巻尺で計って少し巻尺がたわんだとしても許されるということにも考えられる。したがって mm の桁まで読めばよい。

第 2 項 $\frac{\Delta D}{D} \leq \frac{1}{100}$ D は 100cm より大きくとっているとき、

$$\Delta D \approx \frac{1}{100} \times 100(\text{cm}) \quad \text{となり、これも巻尺で mm まで読めばよい。}$$

第 3 項 $a \approx 5\text{mm}$ であるから $\Delta a \approx 0.017\text{mm}$

1/100mm の桁まで測れるマイクロメーターを使用し、1/100mm まで読み、数ヶ所の厚さを測って平均する。

以下同様に考えて、 b 、 z は 1/10mm まで測れる物差しで測ればよいので 1/20 mm の 最小メモリのノギスを使用する。

y についてはデータ表のように平均をとる。 g は 980 cm/s^2 として計算する。